



Johdanto

Eri korkeustyytit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen . . .

Riippuvuus korkeuden . . .

GPS:n pystysuuntainen . . .

Virtuaaliantenninratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen . . .

Bilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 1 of 19

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## ... Entä korkeudet?

Martin Vermeer

January 22, 2004



## Johdanto

Eri korkeustyypit

Eri vuoksjärjestelmät

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Billineaarinen muunnos

Johdopäätökset

Home Page

Title Page



Page 2 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 1. Johdanto

Kun Suomen kolmas tarkkavaaitus on lähestymässä päätöstään ja muissakin pohjoismaissa vastaavat korkeusjärjestelmän uudistusprojektit ovat joko jo päättyneet tai päättymässä lähivuosina, on mietittävä, minkälainen uusi korkeusysteemi kannattaa luoda Suomeen.

Seuraavat vaatimukset voidaan mainita:

1. Kansainvälisesti yhteensopiva, erityisesti Euroopan ja pohjoismaiden sisällä. Mahdollisesti jopa globaalisesti yhteensopiva, jos satelliittipohjaiset globaalit painovoimakenttämallit ovat riittävän hyviä. Ks. [3]
2. Se ottaa huomioon se tosiasia, että sijaintikoordinaateissa ollaan menossa kolmiulotteisiin, EUREF-tyyppisiin GPS-pohjaisiin ratkaisuihin. Korkeusratkaisu tulee olla yhteensopiva tämän kanssa
3. Korkeuksien on oltava “merenpinnan yläpuolella” eli ne kuvaavat, tuttuun tapaan, pisteiden *energiatasoa* maan painovoimakentässä. Toisin sanoen, korkeustyyppi on oltava geopotentiaalinen johdannainen
4. Korkeuksien on oltava käyttökelpoisia systeemin kaavaillun elinkaaren aikana, eli luultavasti 2000-2050 tai sinnepäin. Siksi epookki (ajanhetki, johon mm. maannousu “naulataan kiinni”) olisi valittava tämän jakson keskeltä
5. Tarkkuus on riittävä, etenkin vierekkäisten tai saman alueen pisteiden välinen ns. suhteellinen tarkkuus.



Johdanto

Eri korkeustyypit

Eri vuoksoikarjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Bilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 3 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 2. Eri korkeustyypit

Käytetyimpiä korkeustyyppejä maailmassa ovat *normaalikorkeudet* ja *ortometriset korkeudet*. Teoreettisesti normaalikorkeudet ovat "oikeampia", koska ortometristen korkeuksien tarkka laskeminen edellyttää, että maan topografisen pinnan ja geoidin välisen maankuoren massojen tiheysjakauma olisi tarkasti tiedossa.

Käytännössä Suomen kaltaisessa maassa ortometristen korkeuksien ja normaalikorkeuksien väliset erot voidaan laskea riittävällä tarkkuudella käyttämällä maankuoren standarditiheysarvoa, ja jättämällä maaston muodot huomioimatta.

Itse asiassa Suomen korkeudet eivät ole tarkkoja ortometrisiä korkeuksia, vaan HELMERT-korkeuksia, laskettuna olettamalla, että maankuoren tiheys riippuu vain maantieteellisestä sijainnista, ja että maastokorjausta ei tarvita [2]. Maankuoren tiheysarvot on otettu geologiselta kartalta.

Sekä normaali- että ortometriset korkeudet lasketaan *geopotentialiluvuista*, jotka ovat vaaitusverkon tasoituksessa käytettyjä alkuperäisiä, fysikaalisia korkeussuureita. Niiden mittaussuure ei ole metri vaan geopotentialiyksikkö (GPU, *geopotential unit* eli  $10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ).



Johdanto

Eri korkeustyypit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Billineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 4 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

### 3. Eri vuoksikorjaukset

Toinen konsensuksen arvoinen mutta teoreettisesti vaikea asia korkeuksia määrittäessä on *vuoksivoiman pysyvän osan vaikutus*. Kuten artikkelissa [1] selostetaan, on olemassa kolme vaihtoehtoista tapaa korjata tätä vaikutusta:

**“Tide-free”**: tässä tapauksessa korkeuksien korjaus sisältää sekä koko vuoksipotentiaalin vaikutus että sen aiheuttama maankuoren geometrinen deformaatio. Ongelma tässä on arvioida, paljonko pysyvää deformaatiota vuoksen pysyvä osa on aiheuttanut... tämä on hypoteesi jota ei voida millään tavalla empiirisesti testata.

**“Mean”**: tässä tapauksessa korjaus sisältää vain vuoksipotentiaalin ja sen aiheuttaman deformaation *periodiset* vaikutukset. Tämä on hypoteesivapaa menetelmä.

**“Zero”**: tässä tapauksessa korjaus sisältää koko vuoksipotentiaalin, mutta vain *periodisten* deformaatioiden vaikutus. Tämä korjaus on teoreettisesti siistimpää, koska koko ulkopuolinen (vuoksi-)kenttä eliminoidaan. Koska tätä kenttää voidaan laskea eksaktisti, on myös tämä menetelmä hypoteesivapaa.



Johdanto

Eri korkeustyypit

Eri vuoksoirjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Billineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 5 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 4. Hybridikorkeusjärjestelmä

Tarkkavaaitus on erittäin tarkka mittausmenetelmä. Sijaintikoordinaattien tapauksessa GPS on yli suuruusluokan verran tarkempi kuin perinteiset mittausteknologiat. Kuitenkin korkeudenmäärittämisessä perinteinen tekniikka, tarkkavaaitus, on edelleen lyömätön GPS:n verrattuna.

Toinen keskeinen huomautus on, että GPS antaa *toisenkaltaisia* korkeuksia kuin vaaitus, nimittäin puhtaasti geometrisia, vertausellipsoidista laskettuja korkeuksia, kun taas käytännön elämässä tarvitaan korkeuksia “keskimerenpinnalta” eli geoidilta, jotka kuvaavat likimäärin esineiden energiatason, esim. mihin suuntaan nesteet jne. virtaavat. Siksi GPS:n käyttö korkeudenmäärittämisessä edellyttää tarkan ja erotuskykyisen *geoidikartan* (eli -mallin) käyttöä.

Kun tulevaisuudessa uuden tarkkavaaituksen järjestäminen voi olla ongelmallinen sen suurten kustannuksien takia, on mietittävä vaihtoehtoja. Ainoat vaihtoehdot, jotka tulevat kysymykseen, ovat sellaiset, jotka säilyttävät nykytarkkavaaituksen ylivoimainen tarkkuuden, toisen tarkkavaaituksen tapauksessa  $\pm 0.63 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ . Tämä merkitsee, että jos kahden pisteen välinen matka on 100 km, pisteiden välisen korkeuseron tarkkuus on  $\pm 6 \text{ mm}$ .

Uusi korkeusjärjestelmä, jossa on mahdollista käyttää GPS korkeuden määrittämiseen, voidaan luoda vain, jos sekä GPS-mittauksen että geoidikartan tarkkuudet ovat vähintään tätä tasoa. Tämä on kova vaatimus. Nykyisillä GPS-mittausmenetelmillä kun ei pääse maagisen 1-2 cm:n tarkkuusrajan alapuolelle, ei erityisestikään pystykoordinaatin kohdalla. Syy näyttää olevan monitieheijastusten (maaheijastusten) aiheuttamat mitatun kantoaaltovaiheen systemaattiset vääristymät.



Johdanto

Eri korkeustyytit

Eri vuoksjorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen ...

Riippuvuus korkeuden, ...

GPS:n pystysuuntainen ...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen ...

Bilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 6 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

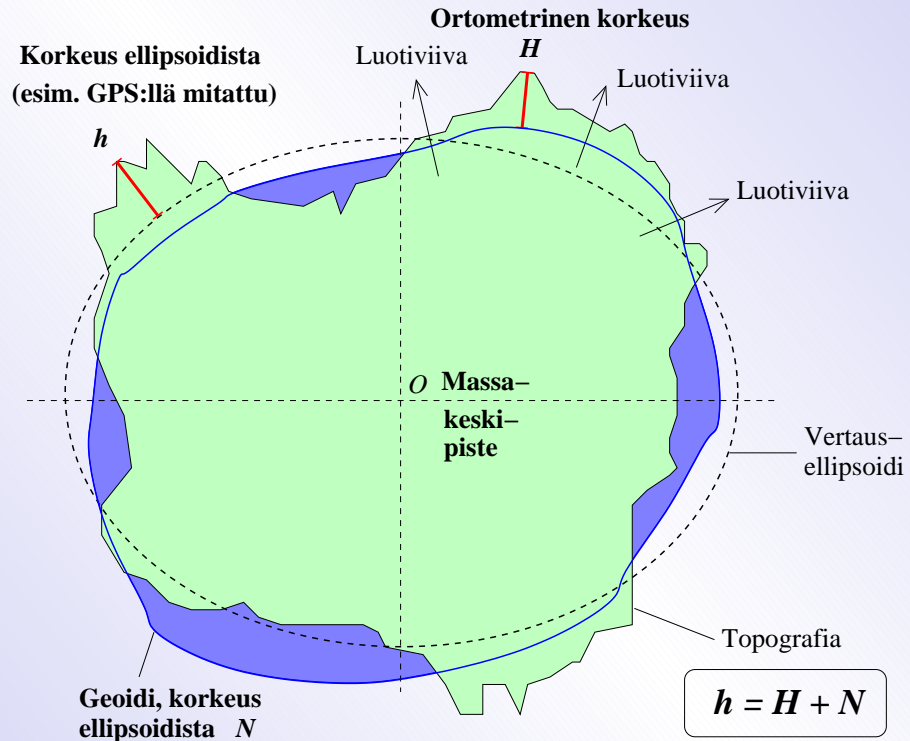


Figure 1: Eri korkeustyytit, vertausellipsoidi ja geoidi



Johdanto

Eri korkeustyyppit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Bilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 7 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 5. Järjestelmän osat

Hybridikorkeusjärjestelmä koostuisi seuraavista osista:

1. Perinteisellä tarkkavaaituksella luotu korkeusrunkoverkko, esim. Suomen kolmannen tarkkavaaituksen lopullinen ratkaisu
2. Tarkka geoidikartta, esim. satelliittipainovoimamissioiden avulla parannetun globaalin painovoimakenttämallin sekä paikallisen painovoimakartoituksen avulla luotu kansallinen gravimetrinen geoidimalli (“FIN2010”?)
3. Geoidin ajallista muutosta voidaan arvioida painovoiman ajallisen muutoksen avulla. Tätä varten käytetään pohjoismaisia painovoimalinjoja, jotka monitoroivat painovoiman ajallista muutosta postglasiaalisen maannousun seurauksena. Painovoiman aikaderivaatasta  $\frac{d}{dt}\Delta g(\varphi, \lambda)$  saadaan geoidin aikaderivaatta STOKESIN kaavan avulla:

$$\frac{d}{dt}N(\varphi, \lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(\psi) \frac{d}{dt}\Delta g(\varphi', \lambda') d\sigma.$$

4. “Residuaalinen muunnosfunktio” joka muuntaa geoidin korkeudet — ja näin ollen GPS:llä mitatut korkeudet – Suomen alueella yhteensopiviksi tarkkavaaitusverkon pisteiden korkeuksien kanssa. Tämän funktion määrittämiseksi olisi suoritettava tarkkoja GPS-mittauksia sopivalla määrällä tarkkavaaituspisteillä eli tukipisteillä.



Johdanto

Eri korkeustyyppit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen ...

Rilppuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Bilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 8 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 6. Residuaalinen muunnosfunktio

Kirjoitetaan

$$H_{\text{ort}}(\varphi, \lambda) = h_{\text{GPS}}(\varphi, \lambda) - N_{\text{grav}}(\varphi, \lambda) - k(\varphi, \lambda),$$

jossa  $k(\varphi, \lambda)$  on residuaalinen muunnosfunktio, jota voidaan mallintaa esim. kolmioittain bilineaarisena funktiona. Sen kuvaavat parametrit ovat kolmioverkon solmiopisteiden arvot

$$k_i = k(\varphi_i, \lambda_i) = h_{\text{GPS}}(\varphi_i, \lambda_i) - H_{\text{lev}}(\varphi_i, \lambda_i) - N_{\text{grav}}(\varphi_i, \lambda_i).$$

Tässä  $H_{\text{lev}}$  on tarkkavaaituksesta saatu ortometrinen korkeusarvo.





Johtanto

Eri korkeusyyppit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Bilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 9 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 7. Riippuvuus korkeuden, kellon ja troposfäärin välillä

Artikkelissa [6] ehdotetaan tapaa GPS-paikanmäärittäksen pystysuuntaisen mitaustarkkuuden olennaiseksi parantamiseksi. Tämä menetelmä ei tullut koskaan kokeiluksi; kuitenkin, jos GPS aiotaan käyttää tarkan korkeusjärjestelmän luomisen tai ylläpitämisen yhteydessä, olisi syytä tutkia tämä asia uudelleen.

Lyhyt selostus virtuaaliantennimenetelmästä: geodeettisessa GPS-laskennassa ratkaistaan jokaiselle maa-asemalle (eli maan pinalla olevalle mittauspisteelle) kolmen sijaintikoordinaatin  $(X, Y, Z)$  lisäksi vastaanottimen kellotuntematon  $\Delta T$  ja, ainakin pitemmille mittausvektoreille, *troposfääriiiveparametri* eli troposfäärin refraaktion aiheuttama signaalin kulkuviive mittauspaikan zenitissa.

Jos kirjoitetaan paikkakoordinaatit paikallisessa suorakulmaisessa järjestelmässä  $N, E, U$  (North, East, Up), kellotuntematon  $\Delta T$  ja troposfäärituntematon  $D_{trop}$ , silloin  $U, \Delta T$  ja  $D_{trop}$  riippuvat *vain* zenititkulmasta  $z$ : riippuvuusfunktiot ovat  $\cos z$ ,  $1/\cos z$ .

Niiden funktioiden mielivaltainen lineaariyhdistelmä on

$$L = \lambda_1 \cos z + \lambda_2 + \lambda_3 / \cos z.$$

Kehitä

$$\begin{aligned} \cos z &= 1 - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{12}z^4 - \dots \\ 1/\cos z &= 1/\left(1 - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{12}z^4 - \dots\right) = \\ &= 1 + \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{12}z^4 + \left(\frac{1}{2}z^2\right)^2 + \dots \end{aligned}$$



Johdanto

Eri korkeustyytit

Eri vuoksjoukot

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Bilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 10 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Valitse  $\lambda_1 = \lambda_3 = \frac{1}{2}$  ja  $\lambda_2 = -1$ , niin yllä oleva lineaariyhdistelmä on

$$L = \frac{1}{8}z^4 + \dots$$

Jos  $z \ll 1$  (siis: korkea rajakulma, havaintoja horisontin lähellä ei käytetä), on tämä jäännöstermi pieni.



Johdanto

Eri korkeusyyppit

Eri vuokikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen ...

Riippuvuus korkeuden, ...

GPS:n pystysuuntainen ...

Virtuaalientenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen ...

Billineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 11 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 8. GPS:n pystysuuntainen heikkous

### Johtopäätös:

*Jos GPS-laskennassa estimoidaan samanaikaisesti mittauspaikan korkeuden lisäksi myös vastaanottimen kellovirhettä ja troposfääriparametria, ovat laskentatehtävän havaintoyhtälöt heikosti konditionoituja, ja niiden tuntemattomien estimaation tulokset ovat epätarkkoja ja epävarmoja.*

Ongelma on, että pystysuuntainen paikkakoordinaatti, kellokorjaus ja troposfääriarive “kilpailevat” keskenään samasta havaintojen informaatioisällöstä: kaikki kolme riippuvat ainoastaan satelliitin korkeuskulmasta eivätkä suunnasta eli atsimutista. Jotta kaikki kolme saataisiin määritetyksi mahdollisimman tarkoiksi, olisi satelliittien korkeuskulmien oltava mahdollisimman erilaisia.

Mainitussa tutkimuksessa näytetään, että mikäli voidaan jättää kello- ja troposfäärituntemattomat pois estimointitehtävästä, pystykoordinaatin estimaation tarkkuus paranee jopa 3 – 6 kertaa, jos käytetään satelliittihavaintoja horisonttiin saakka. Jos muuten samanlaisessa tilanteessa satelliittien elevaation rajakulmaksi valittaisiin 20°, tuntemattomien poisjättämisen antama parannus olisi peräti yli kymmenkertainen.

Vielä tärkeämpää kuin tarkkuuden heikkeneminen on mittaustilanteen herkkyyden lisääminen systemaattisiin häiriötekijöihin: jos korkeuskoordinaatti on heikosti estimoitavissa, voivat pienet signaalin häiriöt — kuten monitieheijastukset maan pinnalta — aiheuttaa suuria systemaattisia muutoksia tämän koordinaatin ratkaisuun.



Johdanto

Eri korkeustyytit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

**Virtuaaliantenniratkaisu**

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Billineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 12 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

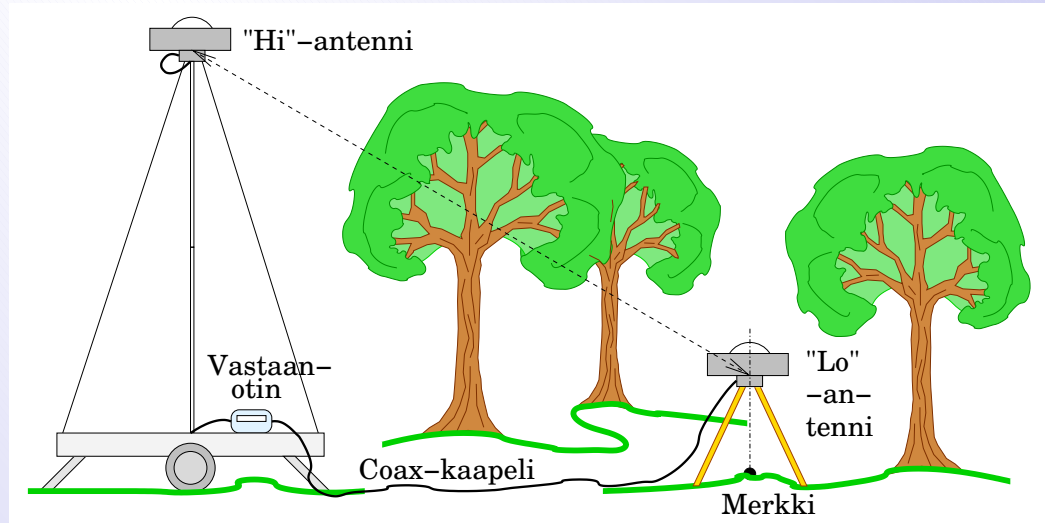


Figure 2: Virtuaaliantennin geometria

## 9. Virtuaaliantenniratkaisu

Virtuaaliantenniratkaisun geometria on kuvattu kuvassa 2.

Systemi toimii seuraavalla tavalla:

1. “Matalan” ja “korkean” antennin välistä vektoria (kuvassa) mitataan jatkuvasti. Koska tämä vektori on lyhyt, ei ole tarpeen estimoida sen laskennassa mitään troposfääriparametreja: ilmakehä on sama molempien antennien



Johdanto

Eri korkeustyypit

Eri vuokikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Bilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 13 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

yläpuolella.

2. Koska signaalit kahdesta antennista prosessoidaan samassa vastaanotinlaitteistossa, ei ole myöskään tarpeen estimoida kellotuntematonta: molempien antennien mittaukset käyttävät samaa kelloa.
3. Myöskään ionosfääri ei vaikuta: voidaan käyttää kahden taajuuden mittauksia rinnakkain,  $L_1$  &  $L_2$  eikä ionosfäärivapaassa mittausmoodissa, jonka tarkkuus olisi heikompi. Vaihtoehtoisesti voitaisiin käyttää huokeampaa yhden taajuuden laitteistoa.
4. Pitkä geodeettinen vektori, vaikkapa 10-1000 km, mitataan käyttämällä *kahta* yllä kuvattua laitteistoa. Mittaus tapahtuu korkeiden antennien välissä ja prosessointi ottaisi troposfääri-, ionosfääri- ja kellorvirheet huomioon. Koska molemmat antennit ovat korkealla, monitieheijastukset eivät vaikuta lopputuloksen tarkkuuteen.
5. Lopullinen vektori maamerkkien välillä lasketaan ottamalla huomioon molemmat paikalliset (lyhyet) Hi-Lo vektorit. Paikalliset vektorit voivat olla jopa ajasta riippuvaisia (antennimastojen huojunta). Korjaukset voidaan muuntaa RTCM-tyyppisiksi satelliittikohtaisien pseudoetäisyyksien korjauksiksi. Korjauksia syötetään pitkän vektorin laskentakoneistoon tosiajassa.



Johdanto

Eri korkeustyyppit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen ...

Riippuvuus korkeuden ...

GPS:n pystysuuntainen ...

Virtuaaliantenniratkaisu

**Tarkkuusgeoidin määrittäminen**

Residuaalisen ...

Biilineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 14 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 10. Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Nykyinen geoidimalli Suomen alueella on tarkkuudeltaan noin  $\pm 5$  cm.

Artikkelissa [5] löytyy sopivia kaavoja, jolla voidaan laskea geoidin tarkkuutta, jos on käytetty GPS:llä ja vaaituksella mitattuja tukipisteitä. Kaava on

$$\sigma_N [\text{mm}] = 0.4d [\text{km}] \sigma_{\Delta g} [\text{mGal}] \sqrt{\ln \left( \frac{D}{d} \right)},$$

jossa  $d$  on painovoimapisteen välinen matka,  $D$  GPS-tukipisteiden välinen matka ja  $\sigma_{\Delta g}$  painovoima-anomalioiden “predikoinnin keskivirhe”, Suomessa n.  $\pm 2$  mGal. Seuraava taulukko antaa geoidin tarkkuudet GPS-pisteiden välimatkan funktiona:

$D$ [km]	$\sigma_N$ [mm]
10	3.3
20	4.7
50	6.1
100	6.9
500	8.6

Tämän kaavan käyttäminen *edellyttää*, että Suomen rajojen ulkopuolella painovoimakenttä on *tunnettu*, ainakin suurin piirtein. Poliittisessa nykytilanteessa, mutta myös Itämeren ilmagravimetriamittauksen ja tulevien satelliittipainovoimamission ansiosta, odotus on realistinen.

*Johtopäätös* on, että Suomen GPS-gravimetrisestä geoidista voi lähivuosien aikana tulla selvästi senttimetrigeoidia parempi. Tämä olisi yhden suuruusluokan parannus nykytilanteeseen nähden.



Johtanto

Eri korkeustyypit

Eri vuoksjärjestykset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen ...

Riippuvuus korkeuden ...

GPS:n pystysuuntainen ...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen ...

Billineaarinen muunnos

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 15 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 11. Residuaalisen muunnosfunktion määrittäminen

Yllä kuvattu “geoidimalli” ei itse asiassa olekaan fysikaalisesti oikea geoidimalli vaan ns. *muunnospinta* — matemaattinen väline, jolla muunnetaan GPS-mittauksilla saadut korkeudet vertausellipsoidista käytännön kannalta hyödyllisiksi, “laillisiksi” ortometrisiksi korkeuksiksi.

Tähän saakka gravimetrisesti lasketun geoidipinnan muuntamiseen “muunnospinnaksi” tarvittava muunnosfunktio on tavallisesti määritetty GPS/vaaitus-pisteistä *polynomisovituksen* avulla, ks. esim. [4]. Tämä menetelmä toimii hyvin niin kauan kun sekä polynomien kerrointen että tukipisteiden määrä on pieni. Nyrkkisääntö sanoo, että tukipisteiden määrä ei saa alittaa kaksi kertaa tuntemattomien parametrien määrää; kuitenkin myös tukipisteiden geometrian on oltava hyvä. Ja polynomien asteluku ei käytännössä saisi ylittää kolme, jottei syntyisi epästabiiliutta. Tämä merkitsee 9 tuntematonta kerrointa ja vähintään 18 tukipistettä.

Polynomisovituksen huonot puolet ovat

1. Muunnoksen erotuskyky on rajallinen, koska ei voi käyttää kovin korkeasteisia polynomeja eikä siis hyödyntää hyvin tiivistä GPS-tukipisteverkkoa.
2. Muunnos ei reprodusoi tarkasti käytettyjen tukipisteiden korjausarvoja. Se on siis approksimaatio- eikä interpolaatiomenetelmä.



Johdanto

Eri korkeustyypit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

**Bilineaarinen muunnos**

Johtopäätökset

Home Page

Title Page



Page 16 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 12. Bilineaarinen muunnos

Jos halutaan käyttää muunnosta, jonka erotuskyvyssä ei ole rajoituksia ja joka reprodusoi tarkasti tukipisteiden korjausarvoja, olisi käytettävä esim. kolmioiden sisällä bilineaarista muunnoskaavaa. Suomen alue jaetaan kolmioihin esim. DELAUNAY-kolmioinnin avulla, ja jokaisen kolmion sisällä lasketaan korjauspinnan kertoimet nurkkapisteiden korjausarvojen perusteella. Näin saatu korjaus- eli muunnospinta olisi jatkuva (vaikka ensimmäiset paikan derivaatat eivät olisi) ja reprodusoi tarkasti tukipisteiden arvot.

1. *Reprodusointiominaisuus* on tärkeä, koska se merkitsee, että uudet, GPS:llä määritetyt korkeudet saataisiin samaan järjestemään kuin missä lähimmät kolmen tukipisteen arvot on annettu. Välytään approksimaatiomenetelmän aiheuttamasta tarkkuuden menetyksestä.
2. *Paikallisen tuen ominaisuus* on hyödyllinen, koska se merkitsee, että muunnospintaa voidaan paikallisesti parannella, ilman että toimenpide vaikuttaa valtakunnallisesti.

Kuva 3 näyttää, minkä näköinen sellainen muunnosfunktio eli -pinta voi olla.





Johdanto

Eri korkeustyypit

Eri vuosikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen ...

Riippuvuus korkeuden, ...

GPS:n pystysuuntainen ...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen ...

**Bilineaarinen muunnos**

Johtopäätökset

Home Page

Title Page

⏪ ⏩

◀ ▶

Page 17 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

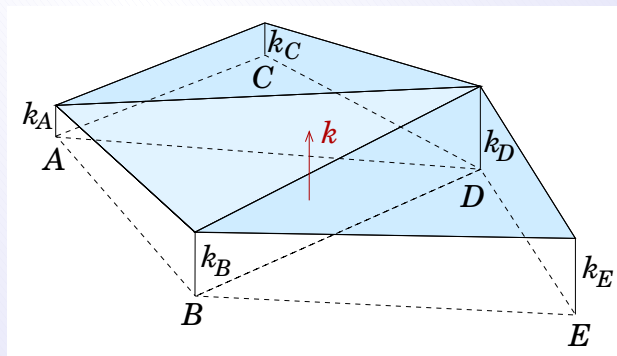


Figure 3: kolmiointiin ja bilineaariseen funktioon perustuva muunnosfunktio



Johdanto

Eri korkeusryppyt

Eri vuosikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Riippuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Bilineaarinen muunnos

**Johtopäätökset**

Home Page

Title Page



Page 18 of 19

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 13. Johtopäätökset

Hybridikorkeusjärjestelmän luominen Suomeen on lähivuosina mahdollista. Se edellyttää

1. Parannetun gravimetrisen geoidin käyttöä, mukaan lukien satelliittipainovoimamissioiden tulosten käyttöä globaalisen painovoimamallin lähtöaineistona
2. Teknisiä parannuksia GPS-paikannuksessa, erityisesti korkeuksien mittauksessa
3. Riittävää erotuskykyä omaavan muunnosfunktion käyttöä gravimetrisen geoidin ja GPS-korkeuksien muunnospinnan välillä.



Johtanto

Eri korkeustyyppit

Eri vuoksikorjaukset

Hybridikorkeusjärjestelmä

Järjestelmän osat

Residuaalinen...

Rilppuvuus korkeuden...

GPS:n pystysuuntainen...

Virtuaaliantenniratkaisu

Tarkkuusgeoidin määrittäminen

Residuaalisen...

Billineaarinen muunnos

Johtopäätökset

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 19 of 19

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## References

- [1] Martin Ekman and Jaakko Mäkinen. Mean Sea Surface Topography in a Unified Height System for the Baltic Sea Area. Report 95:4, Finnish Geodetic Institute, pages 53–62, Helsinki, 1995.
- [2] Erkki Kääriäinen. The second levelling of Finland in 1935-1955. Publication 61, Finnish Geodetic Institute, Helsinki, 1966.
- [3] Jaakko Mäkinen, Mikael Lilje, Karsten Engsager, Per-Ola Eriksson, Per-Anders Olsson, Veikko Saaranen, Klaus Schmidt, Runal Svensson, Mikko Takalo, Olav Vestøl, and Søren West-Nielsen. The Nordic Height Block: Status Report. In *Proceedings of the 14th General Meeting of the Nordic Geodetic Commission, Espoo, Finland, 1-5 October, 2002*, pages 154–159, Espoo, Finland, 2002.
- [4] Martin Vermeer. Two new geoids determined at the FGI. Report 95:5, Finnish Geodetic Institute, Masala, 1995.
- [5] Martin Vermeer. The new Baltic Sea and Finnish geoids of the FGI. In I. Vilks, editor, *Studies of the Baltic Sea. Proceedings, First Workshop of the Subcommission IAG SSC 8.1 Riga, Latvia, March 28-29, 1996*, Report 95:4, Finnish Geodetic Institute, pages 59–66, Riga, 1996.
- [6] Martin Vermeer. The precision of geodetic GPS and one way of improving it. *Journal of Geodesy*, 71:240–245, 1997.